

用电磁场算子理论分析 TEM 室的传输特性

任列辉, 陈志雨, 宋文森
(中国科学院电子学研究所, 北京 100080)

摘要: 本文用电磁场算子理论通过多个虚拟边界的电场和磁场的耦合求解 TEM 室 (TEM cell) 的本征值, 在此基础上讨论了 TEM 室的传输特性, 文中所采用的并矢格林函数没有奇异项, 可以化为标量格林函数来计算, 并与数值计算的结果进行了比较.

关键词: 矢量偏微分算子; TEM 室; 本征值

中图分类号: TN814

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2005) 01-0123-03

Analysis of the Transmission Property of TEM Cell by Operator Theory

REN Lie-hui, CHEN Zhi-yu, SONG Wen-miao

(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: The eigenvalues of TEM Cell are solved with the matching of electric and magnetic field on the multiple virtual boundaries by vector partial differential operator theory and the property of TEM Cell is discussed. The dyadic Green's function has no singularity and can be transformed into scalar Green's function. The results computed by partial differential operator theory are compared with numerical results.

Key words: vector partial differential operator; TEM cell; eigenvalues

1 引言

电磁场算子理论为分析具有复杂几何结构的波导和谐振腔提供了一种精确的解析分析方法^[1,2], 这种方法不但在理论上具有严格性, 而且把并矢格林函数化为两个标量格林函数进行运算, 从而解决了经典场论中并矢格林函数的复杂形式和“奇异项”在实际应用中造成的困难. 文献[3]给出了将这一方法用于异形波导横电模的分析和计算, 在文献

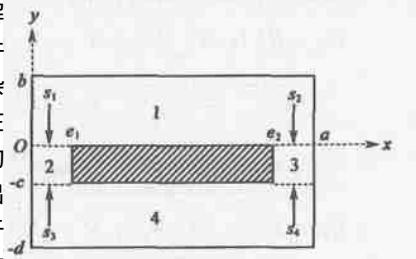


图1 TEM室横截面示意图

[3]的基础上文献[4]对面矢量格林定理进行了分析和讨论, 给出了适合于横磁模的变换和计算结果. 但是异形波导只有一个匹配边界, 对于实际使用的波导和谐振腔, 往往具有多个匹配边界, 本文以 TEM 室 (如图 1 所示) 为例来分析多个匹配边界问题的处理.

吉赫兹横电磁波传输室在电磁兼容测试中得到了越来越广泛的应用, 从理论上讲 GTEM 室是一种角锥状的同轴传输线模型, 它的中板将整个小室分为上下两部分, 但中板不与小室的壳体相连, 左右两边各存在一个间隙. 迄今为止, GTEM 室的分析大多沿用 TEM 室的理论模型, 即在横截面上分析特征模和场分布, 这种分析模型在应用中仍然起作用^[5-7], 目前计算特征模方法的出发点都是从传统的 Helmholtz 方程出发^[6,7], 本文对 TEM 室的理论模型采用算子理论分析, 其优点

在于: 所采用的并矢格林函数没有奇异项, 可以化为标量格林函数来表示, 大大简化了计算过程尤其是冗长的级数求和步骤; 可以得到精确解, 只要本征函数展开项取得足够长, 就能达到所需要的精度; 可以得到 TEM 室各阶本征模式及其结构参量的精确关系, 为 TEM 室的分析和设计提供参考.

2 TEM 室本征值的数学推导

如图 1 所示 TEM 室的横截面, 这一结构对于 z 方向来说是均匀的, 把 z 方向的本征值和本征函数分离出来, 只要求出 xy 横截面上的二维结构的解, 就可以确定 TEM 室的传输特性. 不同的是这一系统必须用四个虚拟边界才能够将其分为四个规则区域, 即 S₁, S₂, S₃, S₄ 四个虚拟边界和 1, 2, 3, 4 四个子区域. 对规则系统 TE 和 TM 模是独立的, 我们这里只讨论对 TE 模的分析, 为方便计, 建立如图 1 所示的坐标, 四个虚拟边界上切向电场的展开式可以分别表示为:

$$\hat{n} \times E^1(R) = A F_2(\cdot, R) / s_1, \quad R \text{ 在边界 } S_1 \text{ 上} \quad (1)$$

$$\hat{n} \times E^2(R) = C F_3(\cdot, R) / s_2, \quad R \text{ 在边界 } S_2 \text{ 上} \quad (2)$$

$$\hat{n} \times E^3(R) = B F_2(\cdot, R) / s_3, \quad R \text{ 在边界 } S_3 \text{ 上} \quad (3)$$

$$\hat{n} \times E^4(R) = D F_3(\cdot, R) / s_4, \quad R \text{ 在边界 } S_4 \text{ 上} \quad (4)$$

上式中 F₂(·, R) 为 2 区的磁本征函数, F₃(·, R) 为 3 区的磁本征函数, R 是激励源的位置矢量, A, B, C, D 分别是切向电场在 S₁, S₃, S₂, S₄ 边界上的展开系数, 由于 S₁, S₃ 和 S₂, S₄ 分别是 2 和 3 区的完整边界, 所以上述切向电场的展开是完备的. 由此 1 区的磁场由 S₁, S₂ 面的切向电场激励, 2 区

的磁场由 S_1, S_3 面的切向电场激励, 3 区的磁场由 S_2, S_4 面的切向电场激励, 4 区的磁场由 S_3, S_4 面的切向电场激励, 如下所示

$$H_1(\mathbf{R}) = i_0 A \int_{S_1} \frac{1}{2-k^2} F_1(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_1(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_2(\nu, \mathbf{R}) / s_1 ds + i_0 C \int_{S_1} \frac{1}{2-k^2} F_1(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_1(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_2 ds \quad (5)$$

$$H_2(\mathbf{R}) = -i_0 A \int_{S_1} \frac{1}{\mu^2-k^2} F_2(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_2(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_2(\nu, \mathbf{R}) / s_1 ds - i_0 B \int_{S_1} \frac{1}{\mu^2-k^2} F_2(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_2(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_2(\nu, \mathbf{R}) / s_3 ds \quad (6)$$

$$H_3(\mathbf{R}) = -i_0 C \int_{S_2} \frac{1}{2-k^2} F_3(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_2 ds - i_0 D \int_{S_2} \frac{1}{2-k^2} F_3(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_4 ds \quad (7)$$

$$H_4(\mathbf{R}) = i_0 B \int_{S_3} \frac{1}{2-k^2} F_4(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_4(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_4(\nu, \mathbf{R}) / s_3 ds + i_0 D \int_{S_3} \frac{1}{2-k^2} F_4(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_4(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_4 ds \quad (8)$$

这里 $F_1(\nu, \mathbf{R}), F_2(\mu, \mathbf{R}), F_3(\nu, \mathbf{R}), F_4(\nu, \mathbf{R})$ 分别是 1, 2, 3 和 4 区的磁本征函数, μ, ν 分别是 1, 2, 3 和 4 区的本征值, 当整个复合系统有稳定解的时候, 即 k 为复合系统的本征值时, 由同样的切向电场在公共边界上激励的切向磁场也应该相等, 由于它们是在各自域内的矢量函数, 只有在公共边界上的切向磁场才相等. 为了表示 S_1, S_2, S_3, S_4 四个匹配面的切向磁场, 分别以 $F_2(x, \mathbf{R})|_{S_1}, F_3(\nu, \mathbf{R})|_{S_2}, F_2(x, \mathbf{R})|_{S_3}, F_3(\nu, \mathbf{R})|_{S_4}$ 为权函数对四个区域的磁场取内积, 把它们在相应的边界上等起来, 从而得到对于 S_1, S_2, S_3, S_4 四个匹配面的四个联立代数方程组:

$$A \int_{S_1} \left\{ \frac{1}{2-k^2} F_1(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_2(x, \mathbf{R}) / s_1 ds \int_{S_1} F_1(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_2(\nu, \mathbf{R}) / s_1 ds + \int_{S_1} \frac{1}{\mu^2-k^2} F_2(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_2(x, \mathbf{R}) / s_1 ds \int_{S_1} F_2(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_2(\nu, \mathbf{R}) / s_1 ds \right\} + B \int_{S_1} \frac{1}{\mu^2-k^2} F_2(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_2(x, \mathbf{R}) / s_1 ds \int_{S_3} F_2(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_2(\nu, \mathbf{R}) / s_3 ds + C \int_{S_1} \frac{1}{2-k^2} F_1(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_2(x, \mathbf{R}) / s_1 ds \int_{S_2} F_1(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_2 ds = 0 \quad (9)$$

$$A \int_{S_3} \frac{1}{\mu^2-k^2} F_2(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_2(x, \mathbf{R}) / s_3 ds \int_{S_3} F_2(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_2(\nu, \mathbf{R}) / s_3 ds + B \int_{S_3} \frac{1}{\mu^2-k^2} F_2(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_2(x, \mathbf{R}) / s_3 ds \int_{S_4} F_3(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_4 ds = 0$$

$$\int_{S_3} F_2(x, \mathbf{R}) / s_3 ds \int_{S_3} F_2(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_2(\nu, \mathbf{R}) / s_3 ds + \int_{S_3} \frac{1}{2-k^2} F_4(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_2(x, \mathbf{R}) / s_3 ds \int_{S_3} F_4(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_2(\nu, \mathbf{R}) / s_3 ds + D \int_{S_3} \frac{1}{2-k^2} F_4(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_2(x, \mathbf{R}) / s_3 ds \int_{S_4} F_4(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_4 ds = 0 \quad (10)$$

$$S_2 \text{ 面}$$

$$A \int_{S_2} \frac{1}{2-k^2} F_1(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_2 ds \int_{S_1} F_1(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_2(\nu, \mathbf{R}) / s_1 ds + C \int_{S_2} \frac{1}{2-k^2} F_1(\mu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_2 ds \int_{S_2} F_1(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_2 ds + \int_{S_2} \frac{1}{2-k^2} F_3(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_2 ds \int_{S_2} F_3(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_2 ds + D \int_{S_2} \frac{1}{2-k^2} F_3(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_2 ds \int_{S_4} F_3(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_4 ds = 0 \quad (11)$$

$$S_4 \text{ 面}$$

$$B \int_{S_4} \frac{1}{2-k^2} F_4(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_4 ds \int_{S_3} F_4(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_2(\nu, \mathbf{R}) / s_3 ds + C \int_{S_4} \frac{1}{2-k^2} F_4(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_4 ds \int_{S_2} F_3(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_2 ds + D \int_{S_4} \frac{1}{2-k^2} F_4(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_4 ds \int_{S_4} F_4(\nu, \mathbf{R}) \cdot F_3(\nu, \mathbf{R}) / s_4 ds = 0 \quad (12)$$

和式联立, 得到线性方程组:

$$\begin{bmatrix} W^{(1,1)} & W^{(1,2)} & W^{(1,3)} & 0 \\ W^{(2,1)} & W^{(2,2)} & 0 & W^{(2,4)} \\ W^{(3,1)} & 0 & W^{(3,3)} & W^{(3,4)} \\ 0 & W^{(4,2)} & W^{(4,3)} & W^{(4,4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_N \\ B_1 \\ B_N \\ C_1 \\ C_N \\ D_1 \\ D_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

为了使上面的方程组有非平凡解,要求系数矩阵行列式等于零:

$$|W(k)| = 0 \quad (14)$$

即 TEM 室的本征方程,由此可求出 TEM 室一系列的本征值.

3 计算结果

为了考察本征值随着级数展开项数的收敛情况,取 $b = 15/40 \times /10, c = 5/40 \times /10, d = /10 - b, a = /10$, 间隙 $g = 5/40 \times /10$ (所有的长度单位都取米,下同),在图 2 和图 3 中给出了起始的两个高阶模式的本征值随着取不同的展开项数的收敛特性,只需取前面 5 项已经达到很高的精度,相对误差小于 0.05%.

以 z 方向为领示矢量方向,在图 1 所示坐标系下 1, 2, 3 和 4 区的归一化 M 类标量波函数通过面矢量格林定理可以把矢量函数的积分运算化为标量函数的积分运算^[3]. 从上面两图看出只需要取前面 5 项就可以达到很高的精度,下面的计算取了 18 项,为了作比较对

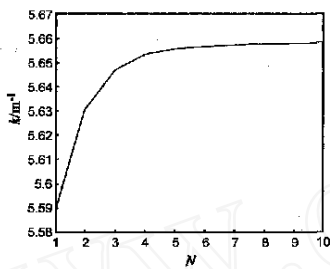
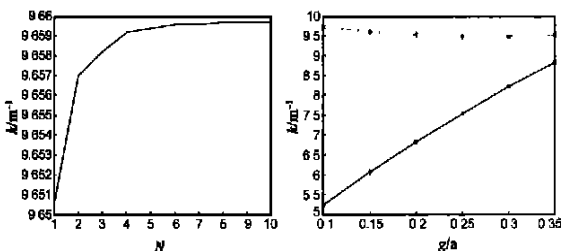


图 2 第一个高阶模的本征值随着展开项数的收敛特性

Helmholtz 方程通过有限差分法数值计算同样的模型,两种方法的结果如图 4, 5, 6 所示,图中一为算子理论的结果, * * 为有限差分法数值计算的结果. 图 4 为 $b = 15/40 \times /10, c = 5/40 \times /10, d = /10 - b, a = /10$ 的情况下,当间隙 $g = 4/40 \times /10$ 增加到 $14/40 \times /10$ 的时候起始的两个高阶模的本征值



随着间隙宽度的变化. 图 5 为以 $b = 15/40 \times /10, c = 5/40 \times /10, d = /10 - b, a = /10$, 间隙 $g = 5/40 \times /10$ 为基准位置,本征值随着中板位置上下移动的变化,图中 y_h 为中板由基准位置往上下平移的距离(向上移动为负,向下移动为正).

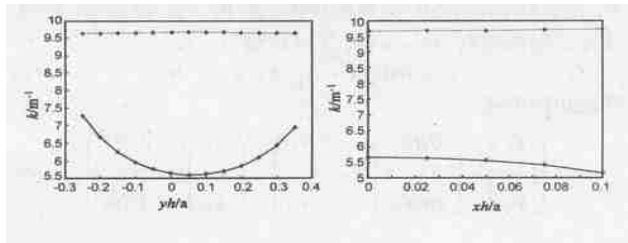


图 6 为在 $b = 15/40 \times /10, c = 5/40 \times /10, d = /10 - b, a = /10$ 的情况下,以 $e_1 = 5/40 \times /10$ 为基准位置本征值随着中板位置偏置(e_1 从 $5/40 \times /10$ 减少到 $1/40 \times /10$)时的变化,图中 x_h 为中板的水平偏置.

4 结论

从上述三图对比的结果看出,用算子理论计算的结果和数值方法计算的结果吻合得很好,但算子理论在数学上是严格的,所采用的并矢格林函数没有奇异项,解决了经典场论中并矢格林函数的复杂形式和“奇异项”在实际应用中造成的困难,由于使用格林函数方法计算总是要把无穷级数截断为有限项,所以理论上可以加大级数展开项达到所需要的精度,并且能很方便的考察 TEM 室的各阶本征模式和其结构参量的精确关系,为 TEM 室的分析和设计提供参考.

参考文献:

- [1] 宋文森. 并矢格林函数和电磁场的算子理论[M]. 合肥: 中国科技大学出版社, 1991. 331 - 360.
- [2] 宋文森. 矢量偏微分算子-现代电磁场理论的数学基础[M]. 北京: 科学出版社, 1999. 126 - 157.
- [3] XU CHENG, ZHANG XIAOJUAN, SONG WENMIAO. Calculating the cutoff frequencies of heteromorphic waveguide by operator theory[A]. 5th International Symposium on Antenna, Propagation and EM Theory [C]. Beijing: Electronic Industrial Press, 2000. 281 - 284.
- [4] 邢峰, 徐诚, 王颖, 刘韦, 宋文森. 用电磁场算子理论求波导复合系统的本征值[J]. 电子与信息学报, 2003, 25(7): 975 - 981.
- [5] P F WILSON. On correlation of TEM cell and OATS emission measurements[J]. IEEE Trans EMC, 1995, 37(1): 1 - 16.
- [6] ROBERTO DE LEO, T ROZZI. Rigorous analysis of the GTEM cell [J]. IEEE Trans EMC, 1991, 39(3): 488 - 500.
- [7] 黄志询, 贺涛. 吉赫兹横电磁波室(GTEM)的波分析[J]. 宇航计测技术, 1994, 13(1): 9 - 17.

作者简介:

任列辉 男, 1975 年 11 月出生于云南曲靖, 现为中科院电子所助理研究员, 在职博士生, 主要研究方向为电磁场与微波技术. E-mail: lhren@mail.ie.ac.cn.

陈志雨 男, 1945 年 5 月出生于广东省广州市, 现为中科院电子所研究员, 主要研究方向为电磁场与微波技术.

宋文森 男, 1938 年 5 月出生于浙江镇海, 现为中科院电子所研究员, 博士生导师, 主要研究方向为电磁场与微波技术, 著有专著 3 本, 发表论文 100 多篇.